

APRIL/MAY 2018

UMA21/SMA21 — CALCULUS

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.

1. State Leibnitz formula.

லிபினிட்ஸ்-ன் சூத்திரத்தை எழுதுக.

2. If $y = e^{3x}$ then find y_n .

$y = e^{3x}$ எனில் y_n ஐக் காண்க.

3. Write the radius of curvature formula in cartesian form.

கார்டீசியன் வடிவ வளைவு ஆர சூத்திரத்தை எழுதுக.

4. Define : evolute.

வரையறு : செங்கோட்டுத் தழுவி.

5. Define : Asymptote.

வரையறு : கந்தழித் தொடுகோடு.

6. Write the formula to find the angle between radius vector and tangent.

ஆர வெக்டருக்கும் தொடுகோட்டிற்கும் இடையேயுள்ள கோணத்தைக் காணும் சூத்திரத்தை எழுதுக.

7. Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx$.

மதிப்பிடுக : $\int_0^{\pi/2} \sin^6 x dx$.

8. Define : Gamma function.

வரையறு : காமா சார்பு.

9. Evaluate : $I = \int_0^2 \int_0^1 xy^3 dy dx$.

மதிப்பிடுக : $I = \int_0^2 \int_0^1 xy^3 dy dx$.

10. Evaluate : $I = \int_0^a \int_0^b \int_0^c xyz dx dy dz$.

மதிப்பிடுக : $I = \int_0^a \int_0^b \int_0^c xyz dx dy dz$.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Find the n^{th} derivative of $e^x \sin x \sin 2x$.

$e^x \sin x \sin 2x$ ன் n ஆவது வகைக்கெழு காண்க.

Or

- (b) Find the maxima and minima of the function $2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$.

$2x^3 - 3x^2 - 36x + 10$ என்ற சார்பின் மீப்பெரு மற்றும் மீச்சிறு மதிப்புகளைக் காண்க.

12. (a) Prove that the radius of curvature at any point of the curve $x = a(\theta + \sin \theta)$ and $y = a(1 - \cos \theta)$ is $4a \cos \frac{\theta}{2}$.

$x = a(\theta + \sin \theta)$ மற்றும் $y = a(1 - \cos \theta)$ என்ற வளைவரைக்கு ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் வளைவு ஆரமானது $4a \cos \frac{\theta}{2}$ எனக் காட்டு.

Or

- (b) Find the $(p - r)$ equation of the cardioid $r = a(1 - \cos \theta)$.

$r = a(1 - \cos \theta)$ ன் $(p - r)$ சமன்பாட்டைக் காண்க.

13. (a) Find the asymptotes of the curve
 $x(x^2 - y^2) - y(x + y) - x + 1 = 0.$

$x(x^2 - y^2) - y(x + y) - x + 1 = 0$ என்ற
 வளைவரையின் கந்தழித் தொடுகோடுகளைக்
 காண்க.

Or

(b) Find the asymptotes of the curve
 $x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1.$

$x^3 + 2x^2y - 4xy^2 - 8y^3 - 4x + 8y = 1$ என்ற
 வளைவரையின் கந்தழித் தொடுகோடுகளைக்
 காண்க.

14. (a) Obtain the reduction formula for $\int \sin^n x dx.$

$\int \sin^n x dx$ ன் சுருக்க வாய்ப்பாட்டைக் காண்க.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x} \right)^n dx.$

மதிப்பிடுக : $\int_0^1 x^m \left(\log \frac{1}{x} \right)^n dx.$

15. (a) By changing the order of integration,

evaluate $\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx dy$.

தொகையிடலின் வரிசைமாற்றி தொகையிடுக :

$\int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{e^{-y}}{y} dx dy$.

Or

(b) Evaluate : $\int_0^{\log a} \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$.

மதிப்பிடுக : $\int_0^{\log a} \int_0^x \int_0^{x+y} e^{x+y+z} dz dy dx$.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If $y = \sin(m \sin^{-1} x)$ prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$.

$y = \sin(m \sin^{-1} x)$ எனில் $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n + 1)xy_{n+1} + (m^2 - n^2)y_n = 0$ என நிறுவுக.

17. Find the radius of curvature of the curve $x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ at $t = 1$.

$x = 3t^2$, $y = 3t - t^3$ என்ற வளைவரைக்கு $t = 1$ ல் வளைவு ஆரம் காண்க.

18. Find the asymptotes of the curve $(x - y)^2(x - 2y)(x - 3y) - 2a(x^3 - y^3) - 2a^2(x + y)(x - 2y) = 0$.

$(x - y)^2(x - 2y)(x - 3y) - 2a(x^3 - y^3) - 2a^2(x + y)(x - 2y) = 0$ என்ற வளைவரையின் கந்தழித் தொடுகோடுகளைக் காண்க.

19. Establish the relation between beta and gamma functions.

பீட்டா மற்றும் காமா சார்புகளுக்கு இடையிலான தொடர்பை தருவிக்க.

20. Find the area of the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

$r = a(1 + \cos \theta)$ என்ற நெஞ்சுருளையின் பரப்பைக் காண்க.